1. Rappels sur le second degré

Fonction trinôme du second degré	$f(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0,\ x \in \mathbb{R}$
Discriminant du trinôme	$\Delta = b^2 - 4ac$
Racines du trinôme : solutions de l'équation $\boldsymbol{ax^2 + bx + c = 0\ (a \neq 0)}$	$\Delta > 0$: **deux solutions (racines) réelles distinctes** $x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ $\Delta = 0$: une **solution double** $x_0 = -\dfrac{b}{2a}$ $\Delta < 0$: **pas de solution réelle**
Factorisation du trinôme $\boldsymbol{f(x) = ax^2 + bx + c\ (a \neq 0)}$	$\Delta > 0$: $f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$ $\Delta = 0$: $f(x) = a(x-x_0)^2$ $\Delta < 0$: pas de factorisation possible dans $\mathbb{R}$
Représentation graphique de la fonction trinôme $\boldsymbol{f(x) = ax^2 + bx + c\ (a \neq 0)}$	• Dans un repère orthogonal, la représentation graphique de la fonction *f* est une **parabole** - de **sommet** $S\left(x_0; f(x_0)\right)$ - d'**axe de symétrie** la droite d'équation $x = x_0$ • Si ***a*** **> 0** : la parabole est **tournée vers le haut** Si ***a*** **< 0** : la parabole est **tournée vers le bas** • $\Delta > 0$: la parabole coupe l'axe des abscisses deux fois, aux points d'abscisses x_1 et x_2 $\Delta = 0$: la parabole est tangente à l'axe des abscisses au point d'abscisse x_0 $\Delta < 0$: la parabole ne coupe pas l'axe des abscisses
Signe du trinôme $\boldsymbol{f(x) = ax^2 + bx + c\ (a \neq 0)}$	$\Delta > 0$: $f(x)$ est du signe de (–*a*) entre les racines, et du signe de *a* à l'extérieur des racines x_1 et x_2 $\Delta = 0$: $f(x)$ est du signe de *a*, et s'annule en x_0 $\Delta < 0$: $f(x)$ est du signe de *a*, et ne s'annule pas

2. Dérivation et étude de fonctions

f est une fonction définie sur un intervalle I, a et $(a+h)$ deux réels de I, avec $h \neq 0$

Dérivabilité de la fonction *f* en *a* et nombre dérivé en *a* ($a \in \mathbb{R}$)	*f* est dérivable en *a* si le quotient $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ tend vers un **nombre réel fini** lorsque *h* tend vers 0 Ce réel est appelé **nombre dérivé** de *f* en *a* et est noté $f'(a)$
Interprétation graphique du nombre dérivé en *a*	$f'(a)$ est le coefficient directeur de la tangente à C_f au point d'abscisse *a*
Équation de la tangente au point d'abscisse *a*	$y = f'(a)(x-a) + f(a)$
Utilisation de la calculatrice (TI) pour calculer le nombre dérivé $f'(a)$	• Entrer l'expression de la fonction *f* dans $\boxed{f(x)}$ → $\boxed{\text{Y1 =}}$ • Régler les paramètres de la fenêtre pour inclure le réel *a* • Pour calculer *f'*(1) (par exemple) : $\boxed{\text{2nde}}$ → $\boxed{\text{trace}}$ → $\boxed{\text{6 : dy/dx}}$ → 1 → $\boxed{\text{entrer}}$
Tangente horizontale	C_f admet une tangente horizontale d'équation $y = f(a)$ aux points d'abscisse *a* pour lesquels $f'(a) = 0$
Fonction dérivable sur un intervalle I et fonction dérivée	• f est dérivable sur I si f est dérivable en tout réel *a* de I • Si f est dérivable sur I alors pour tout *x* de I, la fonction $f' : x \mapsto f'(x)$ est appelée **dérivée** de la fonction f
Dérivabilité des fonctions de référence	• Les fonctions affines et polynômes sont dérivables sur $\mathbb{R}$ • La fonction racine carrée est dérivable sur $]0;+\infty[$ • La fonction inverse est dérivable sur $]-\infty;0[$ et sur $]0;+\infty[$ • Les fonctions rationnelles sont dérivables sur leur ensemble de définition • La fonction exponentielle est dérivable sur $\mathbb{R}$ • La fonction logarithme népérien est dérivable sur $]0;+\infty[$

2. Dérivation et étude de fonctions (II)

Sens de variation et signe de la dérivée	• (f' est positive sur un intervalle) équivaut à (f est croissante sur cet intervalle) • (f' est négative sur un intervalle) équivaut à (f est décroissante sur cet intervalle) • (f' est nulle sur un intervalle) équivaut à (f est constante sur cet intervalle)
Utilisation de la calculatrice (TI) pour vérifier les variations d'une fonction *f* sur un intervalle I	• Entrer l'expression de la fonction f dans $\boxed{f(x)}$ $\rightarrow$ $\boxed{\text{Y1 =}}$ • Régler les paramètres de la fenêtre pour y inclure l'intervalle I, ainsi que l'image de cet intervalle par la fonction f • Appuyer sur $\boxed{\text{graphe}}$ et vérifier que l'allure de la courbe qui apparaît est cohérente avec les variations de f trouvées par le calcul
Maximum / minimum local en *a*	$f'(a)=0$ et $f'(x)$ change de signe en a

3. Formules de dérivation

Dérivées des fonctions usuelles	• $(k)'=0$ avec $k\in\mathbb{R}$ • $(ax+b)'=a$ avec $x\in\mathbb{R}$ • $(x^n)'=nx^{n-1}$ avec $x\in\mathbb{R}$ et $n\in\mathbb{N}^*$ • $\left(\dfrac{1}{x}\right)'=-\dfrac{1}{x^2}$ avec $x\neq 0$ • $\left(\dfrac{1}{x^n}\right)'=-\dfrac{n}{x^{n+1}}$ avec $x\neq 0$ et $n\in\mathbb{N}$ • $\left(\sqrt{x}\right)'=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ avec $x>0$ • $\left[\ln(x)\right]'=\dfrac{1}{x}$ avec $x>0$ • $(\mathrm{e}^x)'=\mathrm{e}^x$ avec $x\in\mathbb{R}$
Opérations sur les fonctions dérivées	u et v étant deux fonctions dérivables sur un intervalle I : • $(k\times u)'=k\times u'$ avec $k\in\mathbb{R}$ • $(u+v)'=u'+v'$ • $(u\times v)'=u'v+uv'$ • $\left(\dfrac{1}{u}\right)'=-\dfrac{u'}{u^2}$ avec u qui ne s'annule pas sur I • $\left(\dfrac{u}{v}\right)'=\dfrac{u'v-uv'}{v^2}$ avec v qui ne s'annule pas sur I • $(\mathrm{e}^u)'=u'\mathrm{e}^u$

4. Continuité

Continuité sur un intervalle I	Soit une fonction f définie sur un intervalle I On dit que f est **continue** sur I si sa courbe représentative peut être tracée sans "lever le crayon" sur l'intervalle I
Fonction continue sur un intervalle	• Les fonctions polynômes sont continues sur $\mathbb{R}$ • La fonction inverse est continue sur $\left]-\infty;0\right[$ et sur $\left]0;+\infty\right[$ • La fonction racine carrée est continue sur $\left[0;+\infty\right[$ • La fonction exponentielle est continue sur $\mathbb{R}$ • La fonction logarithme népérien est continue sur $\left]0;+\infty\right[$
Théorème des Valeurs Intermédiaires (TVI)	Si f est une fonction **continue** sur $\mathrm{I}=\left[a;b\right]$ et k un réel compris entre $f(a)$ et $f(b)$, alors l'équation $f(x)=k$ admet **au moins** une solution sur $\mathrm{I}=\left[a;b\right]$
Corollaire du TVI	Si f est une fonction **continue et strictement monotone** sur $\mathrm{I}=\left[a;b\right]$ et k un réel compris entre $f(a)$ et $f(b)$, alors l'équation $f(x)=k$ admet une **unique** solution sur $\mathrm{I}=\left[a;b\right]$
Dérivabilité et continuité sur un intervalle I	Toute fonction dérivable sur un intervalle I est continue sur cet intervalle La réciproque est fausse
Utilisation de la calculatrice (TI) pour résoudre l'équation $f(x)=k$ sur $\mathrm{I}=\left[a;b\right]$	• Entrer l'expression de la fonction *f* dans $\boxed{f(x)}$ → $\boxed{\text{Y1 =}}$ • Entrer la droite d'équation *y* = *k* dans Y2 : $\boxed{\text{Y2 = k}}$ • Régler les paramètres de la fenêtre pour visualiser l'intersection des deux courbes sur l'intervalle I • $\boxed{\text{2nde}}$ → $\boxed{\text{trace}}$ → $\boxed{\text{5 : intersect}}$ *First curve* : placer le curseur près du point d'intersection Puis 3 fois sur $\boxed{\text{entrer}}$